

CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$	
y	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	1

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :

- Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- Đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng 4.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

b) Đúng: $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

c) sai: $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Suy ra đồ thị hàm số chỉ có tiệm đứng là đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = -2$

d) Sai: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận ngang và 2 tiệm cận đứng.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x + m}{x - m}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :

- a) Khi $m = 0$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.
- b) Khi $m = 0$ đồ thị hàm số không có tiệm cận.
- c) Khi $m = 1$ đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x + 3$.
- d) Chỉ có hai giá trị của m mà với giá trị đó của m đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Sai b) Đúng

Vì khi $m = 0$ hàm số đã cho trở thành $y = \frac{2x^2 + 3x}{x} \Leftrightarrow y = 2x + 3$

Hàm số đã cho trở thành hàm số bậc nhất nên đồ thị không có tiệm cận. Vậy a) sai, b) đúng
c) Sai.

Vì khi $m = 1$ hàm số đã cho trở thành $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x - 1} \Leftrightarrow y = 2x + 5 + \frac{6}{x - 1}$

d) Đúng

Vì hàm số có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì $x = m$ phải là nghiệm của tử. Suy ra
 $2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$

Vậy chỉ có hai giá trị của m với giá trị đó của m đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng là $m = 0; m = 1$

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x - 2}{mx^2 - 2x + 4}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :

- a) Khi $m = 1$ đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.
- b) Khi $m = 1$ đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận là tiệm cận ngang $y = 0$.
- c) Khi $m = -2$ đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.
- d) Chỉ có một giá trị của m mà với giá trị đó của m đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Sai b) Đúng

khi $m = 1$ hàm số đã cho trở thành $y = \frac{x - 2}{x^2 - 2x + 4}$

Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Vì phương trình $x^2 - 2x + 4 = 0$ vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Suy ra khi $m = 1$ đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận là tiệm cận ngang $y = 0$.

c) Sai.

Khi $m = -2$ hàm số đã cho trở thành $y = \frac{x-2}{-2x^2-2x+4}$

Phương trình $-2x^2 - 2x + 4 = 0$ có hai nghiệm $x = 1; x = -2$ (Khác 2) nên đồ thị có hai đường tiệm cận đứng $x = 1; x = -2$ và một đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Suy ra khi $m = -2$ đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

d) Đúng

Với $m = 0$; ta có hàm số $y = \frac{x-2}{-2x+4} = -2 \Rightarrow$ Không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m \neq 0$, ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{mx^2-2x+4} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow mx^2 - 2x + 4 = 0$ có nghiệm duy nhất khác 2 hoặc $mx^2 - 2x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x = 2$.

*) $mx^2 - 2x + 4 = 0$ có nghiệm duy nhất khác 2 $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$.

*) $mx^2 - 2x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x = 2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 4m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{4} \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0 \text{ (không thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy chỉ có một giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		+	0	-	
y					
		$\nearrow 2$	$\searrow -\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 3$
	-1			0	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng.

c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận ngang.

d) Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-2}$ là 5.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2.$$

b) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -1$ nên $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

a) Sai.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1; \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty.$$

b) Đúng.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ nên $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) Sai.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ nên $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x \rightarrow -\infty$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x \rightarrow +\infty$.

d) Đúng.

+ Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = 2$ có ba nghiệm phân biệt.

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-2}$ có ba đường tiệm cận đứng.

+ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-2} = 1$ nên $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x \rightarrow +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)-2} = -\frac{1}{3}$ nên $y = -\frac{1}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x \rightarrow -\infty$.

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-2}$ có hai đường tiệm cận ngang.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 5.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{5}{x-1}$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

c) Giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị nằm trên trục hoành.

d) Giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị là đỉnh parabol $y = x^2 - 2x + 1$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là 2 đường thẳng $x=1, y=0$, nên **a sai, b đúng**.

Giao điểm hai đường tiệm cận là điểm $I(1;0) \in ox$ và cũng là là đỉnh parabol $y=x^2-2x+1$ nên **c và d đúng**.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $y = \frac{1}{2}$.

c) Đường tiệm cận ngang cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x-2$ tại 3 điểm.

d) Hình chữ nhật giới hạn bởi 2 tiệm cận của đồ thị và hai trục tọa độ có diện tích bằng 1.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là 2 đường thẳng $x = \frac{-1}{2}, y = -2$, nên **a sai, b sai**.

Giải phương trình $x^3-3x-2=-2$, tìm được 3 nghiệm nên **c đúng**.

d sai vì hình chữ nhật giới hạn bởi 2 tiệm cận của đồ thị và hai trục tọa độ có diện tích

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$, khi đó:

a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 1.

c) Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị nằm trên parabol $y=x^2$.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị vuông góc với đường thẳng $x+y-\pi=0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận xiên lần lượt là 2 đường thẳng $x=1, y=x$, nên **a đúng, b sai** do tiệm cận xiên qua gốc tọa độ O.

c đúng vì giao điểm hai tiệm cận của đồ thị là $I(1;1)$ nằm trên parabol $y=x^2$.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị $y=x$ vuông góc với đường thẳng $y=-x+\pi$, nên **d đúng**.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$, khi đó:

- a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
- b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.
- c) Giao điểm của hai tiệm cận nằm trục hoành.
- d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x + y = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận xiên lần lượt là 2 đường thẳng $x = 1, y = x - 1$, nên **a đúng, b đúng** do tiệm cận xiên cắt ox, oy lần lượt tại A(1;0), B(0;-1) nên tam giác OAB cân tại O.

c đúng vì giao điểm hai tiệm cận của đồ thị là A(1;0) nằm trên trục hoành.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị $y = x - 1$ vuông góc với đường thẳng $y = -x$, nên **d sai**.

Câu 9: Cho hàm số (C): $y = f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3}$ biết đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $\Delta: y = ax + b$, khi đó:

- a) Giao điểm của Δ và trục Ox có hoành lớn hơn 2.
- b) Giao điểm của Δ và tiệm cận đứng của (C) có tọa độ là (-3;-9).
- c) Gọi $A = \Delta \cap Ox, B = \Delta \cap Oy$ ta có $S_{OAB} > 3$.
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = ax + b$ trên $[0; 3]$ là 4.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - 2x] = -3 \Rightarrow TCTX \Delta: y = 2x - 3$.

$\Delta \cap Ox \Rightarrow y = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} < 2$ nên **a sai**.

TCD $x = -3$ với $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 2 \cdot (-3) - 3 = -9$ vậy **b đúng**.

$A = \Delta \cap Ox \Rightarrow A(-3; 0)$ và $B = \Delta \cap Oy \Rightarrow B\left(0; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4} < 3$ nên **c sai**.

$y = 2x - 3$ đồng biến trên $\square$ suy ra GTLN trên $[0; 3]$ là $2 \cdot 3 - 3 = 3$ vậy **d sai**.

Câu 10: Cho hàm số (C): $y = f(x) = \sqrt{4x^2 + 8x - 12}$ và điểm $M \in (C)$ với $x_M < 0$, khi đó:

- a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận xiên đều là các hàm số đồng biến trên $\square$.
- b) Xét $\Delta_1: y = ax + b$ ($b > 0$) là tiệm cận xiên của (C) điểm $(1; 4) \in \Delta$.

c) Xét $\Delta_2 : y = ax + b$ ($b < 0$) là tiệm cận xiên của (C) khi đó $d_{\max}(M, \Delta_2) < 2$.

d) Hoành độ giao điểm của hai đường tiệm cận xiên bằng -2 .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

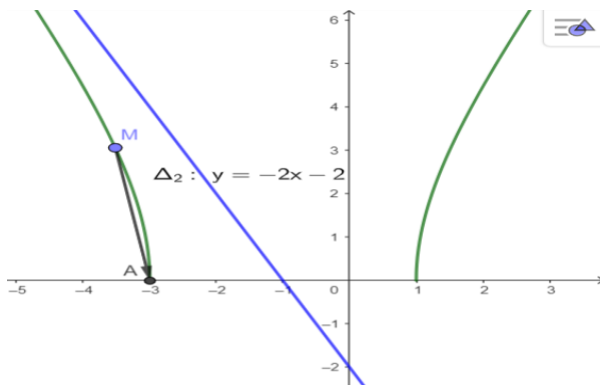
Ta có hai đường TCX của đồ thị hàm số là:

$$\begin{cases} \Delta_1 : y = \sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right) = 2x + 2 \\ \Delta_2 : y = -\sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right) = -2x - 2 \end{cases}$$

a) Dễ thấy hai đường TCX Δ_2 không đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên **a sai**.

b) Thay $x = 1$ vào Δ_1 ta có $y = 2 \cdot 1 + 2 = 4$ do đó **b đúng**.

c) Ta có đồ thị hàm số và TCX Δ_2



Tập xác định của hàm số $D = (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.

Do $x_M < 0$ nên điểm M thuộc nhánh đồ thị bên trái.

Để $d(M, \Delta_2)$ đạt GTLN thì $M \equiv A(-3; 0)$.

Vậy $d_{\max}(M, \Delta_2) = d(A, \Delta_2) = \frac{|-2 \cdot (-3) - 1 \cdot 0 - 2|}{\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} < 2$ nên **c đúng**.

d) Phương trình hoành độ giao điểm $2x + 2 = -2x - 2 \Leftrightarrow x = -1 \neq -2$ vậy **d sai**.

Câu 11: Cho hàm số (C): $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{2x - 1}$ biết đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng

$\Delta : y = ax + b$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x = x_0$. Khi đó:

a) Giá trị của biểu thức $S = 4a - 3b$ lớn hơn 4.

b) Gọi điểm $M(4x_0; 2a)$ ta có độ dài của $\overline{OM}$ nhỏ hơn 2.

c) Gọi $A = \Delta \cap Ox$, $B = \Delta \cap Oy$ và $C = Ox \cap x_0$ ta có $S_{ABC} < 0,5$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = ax + b$ trên $[-4; -1]$ lớn hơn -3 .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[f(x) - \frac{x}{2} \right] = \frac{-3}{4} \Rightarrow TCX \Delta: y = \frac{x}{2} - \frac{3}{4}$. Tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$.

$$S = 4a - 3b = 4 \cdot \frac{1}{2} + \frac{9}{4} = 4,25 > 4 \Rightarrow \text{a đúng.}$$

Điểm $M(4x_0; 2a) = (2; 1) \Rightarrow OM = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} > 2 \Rightarrow \text{b sai.}$

Ta có $A\left(\frac{3}{2}; 0\right), B\left(0; \frac{-3}{4}\right)$ và $C\left(\frac{1}{2}; 0\right) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{-3}{4} \right| \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{8} < 0,5 \Rightarrow \text{c đúng.}$

Hàm số $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{4}$ đạt GTNN tại $x = -4 \Rightarrow \min_{[-4; -1]} y = \frac{-11}{4} = -2,75 > -3 \Rightarrow \text{d đúng.}$

Câu 12: Cho hàm số $(C_1): f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$ và $(C_2): g(x) = \frac{2x^2-3x-1}{2x-1}$ biết đồ thị hàm số (C_1) có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = x_0, y = y_0$. (C_2) có tiệm cận xiên là đường thẳng $\Delta: y = ax + b$ Khi đó:

- a) Giá trị của biểu thức $S = x_0 + 2y_0 + 3b = 8$.
- b) Đồ thị hàm số (C_2) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.
- c) Giao điểm của ba đường tiệm cận ở đề bài tạo thành tam giác có diện tích bằng 2.
- d) Đồ thị hàm số (C_1) và (C_2) có chung đường tiệm cận đứng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Với (C_1) ta có TCD $x = 2$ và TCN $y = 3$.

Với (C_2) ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{g(x)}{x} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - x] = -1 \Rightarrow TCX \Delta: y = x - 1$.

$$S = x_0 + 2y_0 + 3b = 2 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) = 8 \Rightarrow \text{a đúng.}$$

Do bậc tử lớn hơn bậc mẫu nên (C_2) không có TCN $\Rightarrow \text{b sai.}$

Giao điểm của ba đường tiệm cận là $(2; 3), (2; 1)$ và $(4; 3)$. Tam giác vuông tại đỉnh có tọa độ $(2; 3)$.

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(2-2)^2 + (1-3)^2} \cdot \sqrt{(4-2)^2 + (3-3)^2} = 2 \Rightarrow \text{c đúng.}$$

Ta có TCD của đồ thị hàm số $(C_2): x = \frac{1}{2} \neq 2 \Rightarrow \text{d sai.}$

Câu 13: Cho hàm số $(C): y = f(x) = \frac{2x+1}{x+4}$ biết đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = x_0, y = y_0$. Khi đó

- a) Giá trị của biểu thức $S = x_0^2 + y_0^2$ lớn hơn 18.
- b) Gọi điểm $M(x_0; y_0)$ thì trung điểm của đoạn OM có tọa độ là $(2; 1)$.

c) Điểm $(-1; -4)$ không nằm trên đường tiệm cận đứng $x = x_0$.

d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2; -4)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

Đồ thị hàm số đã cho có TCD: $x = -4$ và TCN: $y = 2$.

$$S = x_0^2 + y_0^2 = (-4)^2 + 2^2 = 20 > 18 \Rightarrow \text{a đúng.}$$

Điểm $M(-4; 2)$ tọa độ trung điểm đoạn OM là $(-2; 1) \Rightarrow \text{b sai.}$

Dễ thấy $(-1; -4)$ thuộc đường thẳng $x = -4 \Rightarrow \text{c sai.}$

Tọa độ tâm đối xứng của (C) là $(x_0; y_0) = (-4; 2) \Rightarrow \text{d sai.}$

Câu 14: Cho hàm số $(C): y = f(x) = \frac{mx-1}{2x-4}$. Khi đó

a) Nếu $m = -2$ thì đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của (C) .

b) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng khi $m \neq \frac{1}{2}$.

c) Điểm $(2; 3)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số khi $m = 6$.

d) $\forall m \in \mathbb{R}$ ta có tiệm cận ngang của (C) là đường thẳng $y = \frac{m}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

Ta có TCD: $x = 2$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{m}{2} \Rightarrow \text{TCN: } y = \frac{m}{2}$.

Với $m = -1$ thì TCN: $y = -1 \Rightarrow \text{a sai.}$

Hàm số có TCD khi $m \cdot 2 + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{b đúng.}$

Điểm $(2; 3)$ là tâm đối xứng của $(C) \Leftrightarrow (2; 3) = \left(2; \frac{m}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{m}{2} = 3 \Leftrightarrow m = 6 \Rightarrow \text{c đúng.}$

Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{m}{2} \Rightarrow \text{TCN: } y = \frac{m}{2}$ xác định với mọi số thực $m \Rightarrow \text{d đúng.}$

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1		x_2		x_3		x_4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-		+	0	-		-
$f(x)$			5			10			$+\infty$	
	$-\infty$			0			2			3

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.		
b	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng.		
c	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ bằng 3.		
d	Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ bằng 4.		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) b) Từ đồ thị hàm số ta thấy $y = f(x)$ có một đường tiệm cận ngang ($y = 3$) và một đường tiệm cận đứng ($x = x_4$).

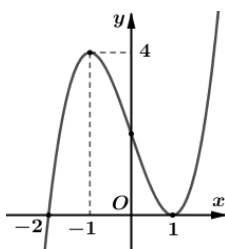
c) d) Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{3}$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y = 0$ và $y = \frac{1}{3}$.

Từ bảng biến thiên, ta có $f(x) = 0$ có hai nghiệm $x = x_2$ và $x = a \in (-\infty; x_1)$.

Dễ thấy $\lim_{x \rightarrow a^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow x_2^+} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x = x_2$ và $x = a$

Do đó đồ thị hàm số có tổng số 4 đường tiệm cận kể cả đứng và ngang.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới



STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-4}$ bằng 2.		
b	Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-4}$ bằng 3.		
c	Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-4}$ bằng 6.		
d	Có 4 giá trị nguyên m đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x^2-3)-m}$ có đúng 6 tiệm cận đứng.		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) b) c) Xét phương trình $2f(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 (-2 < x_1 < -1) \\ x = 0 \\ x = x_2 (x_2 > 1) \end{cases}$.

Khi đó $\lim_{x \rightarrow x_1^+} \frac{1}{2f(x) - 4} = +\infty \Rightarrow x = x_1$ là tiệm cận đứng của đồ thị $y = \frac{1}{2f(x) - 4}$.

Tương tự ta cũng có $x = 0$; $x = x_2$ là tiệm cận đứng của đồ thị $y = \frac{1}{2f(x) - 4}$.

Hơn nữa $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2f(x) - 4} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2f(x) - 4} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị

$$y = \frac{1}{2f(x) - 4}.$$

d) Xét hàm số $h(x) = f(x^2 - 3) \Rightarrow h'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 3)$

$$\Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3 = -1 \\ x^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
$2x$	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$	$ $	$+$
$x^2 - 3$	$+\infty$	1	-1	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x^2 - 3)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$			4		4	$+\infty$

$f(-3) < 0$

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x^2 - 3) - m}$ có đúng 6 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$

$$h(x) = m \text{ có 6 nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow 0 < m < 4.$$

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên ở bảng bên dưới và $y = nx - 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị $y = g(x) = \frac{x^2 + x + 3}{x + 3}$.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$ ↘ 5		$-\infty$ ↗ $m+2$

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a	Đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{x^2 + x + 3}{x + 3}$ có tiệm cận đứng là $x = -3$.		
b	$n = 2$.		
c	Có 10 giá trị nguyên dương m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = x_0$ và tiệm cận ngang $y = y_0$ sao cho $x_0 y_0 < 30$.		
d	Khi m nguyên dương thì giá trị lớn nhất của $mn = 7$.		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

b) Ta có: $y = \frac{x^2 + x + 3}{x + 3} = x - 2 + \frac{9}{x + 3}$

$\Rightarrow$ Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình: $y = x - 2$ vì

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - 2 + \frac{9}{x + 3} - (x - 2) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{x + 3} = 0.$$

Để đường thẳng $y = nx - 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số thì $n = 1$.

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = m + 2$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = m + 2$. Ta có $y_0 = m + 2$.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 3$. Ta có $x_0 = 3$.

$x_0 y_0 < 30 \Leftrightarrow 3(m + 2) < 30 \Leftrightarrow m < 8$. Suy ra có 7 giá trị nguyên dương.

d) Với từng giá trị nguyên dương m suy ra $mn = m \Rightarrow (mn)_{\max} = 7$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ là các hàm số bậc ba có bảng biến thiên ở bảng bên dưới

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗ 3	↘ -1	↗ $+\infty$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a	Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{2f(x)-1}-1}$ có 5 tiệm cận ngang.		
b	Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{2f(x)-1}-1}$ có 3 tiệm cận đứng.		
c	Đồ thị hàm số $y = \frac{x^4-1}{g^2(x)-4g(x)}$ có 4 tiệm cận đứng.		
d	Đồ thị hàm số $y = \frac{x^4-1}{g^2(x)-4g(x)}$ và $y = \frac{1}{e^{2f(x)-1}-1}$ có tổng 10 tiệm cận.		

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. Đ
------	------	------	------

a) b) Xét phương trình:

$$e^{2f(x)-1}-1=0 \Leftrightarrow e^{2f(x)-1}=1 \Leftrightarrow 2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=a, a < -2 \\ x=b, -2 < b < 1. \\ x=c, c > 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{2f(x)-1}-1}$ có ba tiệm cận đứng là: $x=a; x=b; x=c$. $x=a; x=b; x=c$.

Từ bảng biến thiên ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^{2f(x)-1}-1} = -1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^{2f(x)-1}-1} = 0$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{2f(x)-1}-1}$ có hai tiệm cận ngang là $y=-1; y=0$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{2f(x)-1}-1}$ có 5 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

c) Xét phương trình $g^2(x) - 4g(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} g(x) = 0 \\ g(x) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a, a \in (-\infty; -1) \\ x = 1 \text{ (ng kếp)} \\ x = -1 \text{ (ng kếp)} \\ x = b, b \in (1; +\infty) \end{cases}.$

$\Rightarrow g^2(x) - 4g(x) = h(x)(x-a)(x-1)^2(x-b)(x+1)^2; h(x) \neq 0$

Do đó $y = \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)} = \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{h(x)(x-a)(x-1)^2(x-b)(x+1)^2}$
 $= \frac{x^2+1}{h(x)(x-a)(x-1)(x-b)(x+1)}.$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)}$ có 4 tiệm cận đứng.

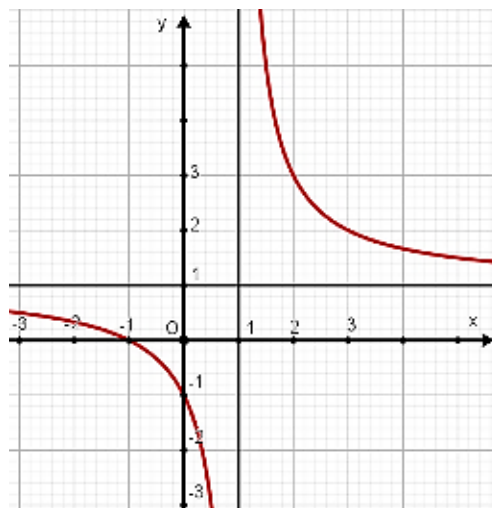
d) Từ bảng biến thiên ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty.$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)} = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)} = 0.$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)}$ có tiệm cận ngang là $y = 0.$

Vậy tổng $y = \frac{x^4 - 1}{g^2(x) - 4g(x)}$ có 5 đường tiệm cận.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) Tiệm cận đứng của đồ thị (C) là đường thẳng có phương trình là $x = -1.$

b) Hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng xác định.

c) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(0; -1).$

d) $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}.$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

a) S

Từ đồ thị hàm số đã cho ta có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

b) Đ

Theo chiều tăng của trục số ta có đồ thị hàm số đã cho luôn đi theo hướng đi xuống (tức giảm dần) nên hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng xác định.

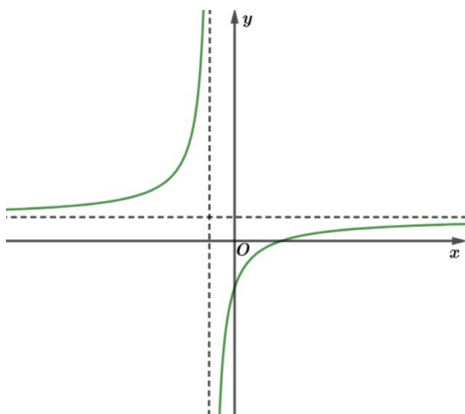
c) S

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(-1; 0)$.

d) S

Vì từ đồ thị hàm số đã cho ta có tiệm cận ngang là $y = 1$, mà đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ có tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) Đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

b) Đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C).

c) $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x) = +\infty$.

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2} \right] = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

c) Đ

$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

d) Đ

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ nên đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C).

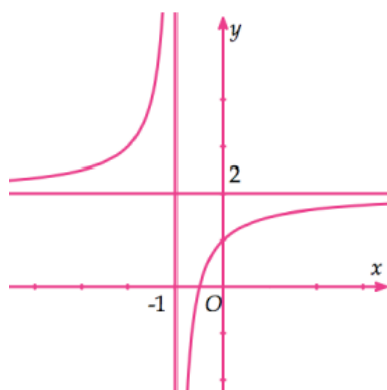
e) S

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x) = -\infty$$

d) Đ

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{nx+1}{x+m}$; ($mn \neq 1$) có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là $(-1; 2)$.

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2] = 0$.

c) $m + n = 3$.

d) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đ

b) Đ

c) Đ

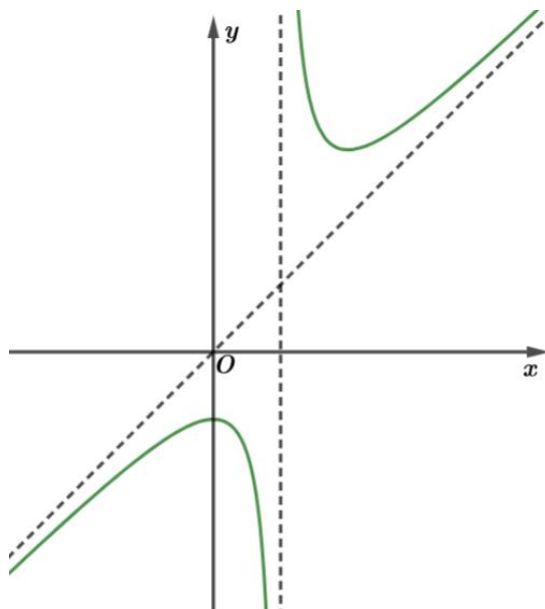
Đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{nx+1}{x+m}$; ($mn \neq 1$) có hai đường tiệm cận $x = -m = -1$;

$$y = n = 2 \Rightarrow m = 1; n = 2 \Rightarrow m + n = 3.$$

d) S

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+} f(x) = -\infty.$$

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C) .

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$.

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 1$.

d) Đường thẳng $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C) .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đ

b) S

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x} = 1$$

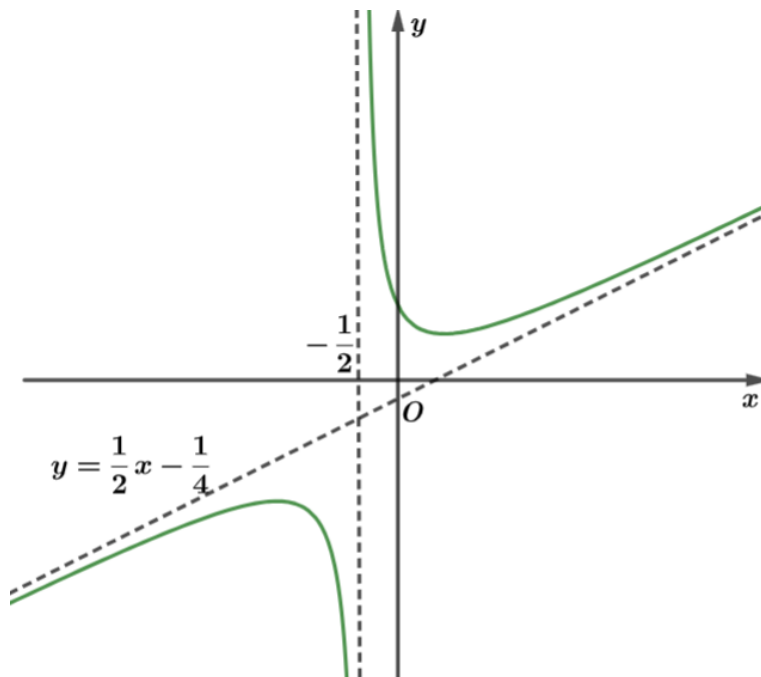
c) S

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - 1} = 0.$$

d) Đ

Từ hai ý b và c ta có đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) là $y = x$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{nx^2 + 1}{mx + 1}$; $(mn \neq 0)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Xét tính **đúng-sai** của các khẳng định sau:



a) $\frac{n}{m} = -\frac{1}{4}$.

b) $m = -\frac{1}{2}$.

c) $m + n = 3$.

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x \right] = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) S

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{nx^2 + 1}{mx^2 + x} = \frac{n}{m} = \frac{1}{2}.$$

b) S

Đường tiệm cận đứng của đồ thị là $x = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = 2$

c) Đ

Từ hai ý a và b ta có: $\begin{cases} m = 2n \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow m + n = 3; n = 2 \Rightarrow m + n = 3$

d) S

Đường tiệm cận xiên $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x \right] = -\frac{1}{4}$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$ $-\infty$	1

a) Hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-2}$ có hai đường tiệm cận đứng.

d) Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ là 3.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai

Hàm số không có khái niệm tiệm cận. Chỉ có khái niệm đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

b) Đúng

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy: đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

c) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) - 2 = 0$ có đúng 1 nghiệm $x = m < -1$. Khi đó

$y = \frac{1}{f(x)-2} = \frac{1}{\frac{ax+b}{cx+d}-2} = \frac{ax+d}{-a(x-m)}$ nên đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{f(x)-2}$ chỉ có 1 đường tiệm cận đứng là $x = m$.

d) Sai

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ trùng với đồ thị hàm số $y = f(x)$ ứng với phần đồ thị mà $x \geq 0$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy với $x \geq 0$ thì đồ thị hàm số chỉ có 1 đường tiệm cận ngang $y = 1$ và không có tiệm cận đứng. Mà đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ nhận trục tung làm trục đối xứng. Do đó nó chỉ có duy nhất một đường tiệm cận ngang $y = 1$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$ $-\infty$	-3

- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng là $x = -2$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang là $y = 3$, $y = -3$.
- c) Đồ thị hàm số $y = \frac{f(x)}{(x^2 + x - 2)}$ có ba đường tiệm cận đứng.
- d) Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có hai đường tiệm cận ngang.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên dễ thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng là $x = -2$.

b) Sai

Vì hàm số không có tiệm cận.

c) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

$$\frac{a}{c} = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow a = 3c, \quad \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty \Rightarrow cx + d = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow -\frac{d}{c} = -2 \Leftrightarrow d = 2c$$

Do đó $f(x) = \frac{3cx + b}{c(x + 2)} \left(-\frac{b}{3c} \neq -2 \Leftrightarrow b \neq 6c \right)$. Suy ra

$y = \frac{f(x)}{(x^2 + x - 2)} = \frac{3cx + b}{c(x + 2)^2(x - 1)}$. Điều này chứng tỏ đồ thị hàm số $y = \frac{f(x)}{(x^2 + x - 2)}$ có không quá hai đường tiệm cận đứng.

d) Sai

Vì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang là $y = \pm 3$, nên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ chỉ có duy nhất 1 đường tiệm cận ngang là $y = 3$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$-$	0	$+$
y	3	$+\infty$	-3	-4	5

- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $x = -2$ làm tiệm cận đứng.
- b) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x = -2, x = 0$.
- c) Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 2.
- d) Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 4.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên, dễ thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $x = -2$ làm tiệm cận đứng.

b) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -3, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -4$ nên $x = 0$ không phải là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

c) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên dễ thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang $y = 3, y = 5$.

d) Sai

Dựa vào bảng biến thiên dễ thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng $x = -2$ và hai đường tiệm cận ngang $y = 3, y = 5$, nên nó có 3 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Ý d) Sai

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận đứng.
- b) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có đúng một đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ có đúng năm đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Đúng

Đồ thị hàm số bậc ba không có đường tiệm cận đứng.

b) Đúng

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$. Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$

có đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

c) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x = 1, x = m < -1$

. Do đó $f(x) = a(x-1)^2(x-m) (a > 0) \Rightarrow y = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{a(x-1)^2(x-m)}$ suy ra đồ thị hàm số

$y = \frac{1}{f(x)}$ có hai đường tiệm cận đứng là $x = m, x = 1$

d) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình $2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}$. Phương trình này có 3

nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2f(x)-1} = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang duy nhất của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$

. Do đó số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ là 3.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		+	+
y	1	$+\infty$	1

a) Đường thẳng $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $x = 1$.

- c) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $I(-2;1)$.
- d) Cho $M(x_M; y_M)$ là một điểm tùy ý thuộc đồ thị hàm số. Khi $x_M \rightarrow +\infty$ thì $y_M \rightarrow +\infty$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Đúng

Dễ thấy đường thẳng $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Sai

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 1$ (không phải $x = 1$).

c) Đúng

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là $x = -2; y = 1$ nên tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-2;1)$.

d) Sai

Vì $\lim_{x_M \rightarrow +\infty} y_M = 1$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Xét hàm số

$$g(x) = \frac{(\sqrt{3x+1}-2)f(x)}{(x^2-4x+m)\sqrt{f^2(x)+1}} \text{ với } m \text{ là tham số.}$$

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
b	Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g(x)$ với mọi giá trị của m .
c	Khi $m = 3$ đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 2 tiệm cận đứng là $x = 1; x = 3$.
d	Có 2 giá trị nguyên dương của m để đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng 2 đường tiệm cận.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ nên $y = 1$ là tiệm cận ngang của hàm số. Vậy mệnh đề a) **sai**

b) Điều kiện xác định của hàm số $g(x)$: $x \geq -\frac{1}{3}; x^2 - 4x + m \neq 0$.

Vì $x \geq -\frac{1}{3}$ nên không tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

Vì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow f(x) > 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) \cdot (\sqrt{3x+1} - 2)}{\sqrt{f^2(x) + 1} \cdot (x^2 - 4x + m)}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{f^2(x)}}} \cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{3}{x^3} + \frac{1}{x^4} - \frac{2}{x^2}}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{m}{x^2}} = 1 \cdot 0 = 0$$

Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)$. Vậy b) **Đúng**.

c) Với $m = 3$ ta có $g(x) = \frac{(\sqrt{3x+1} - 2)f(x)}{(x^2 - 4x + 3)\sqrt{f^2(x) + 1}} = \frac{(3x-3)f(x)}{(x-1)(x-3)(\sqrt{3x+1} + 2)\sqrt{f^2(x) + 1}}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x-3)f(x)}{(x-1)(x-3)(\sqrt{3x+1} + 2)\sqrt{f^2(x) + 1}} = \frac{3f(1)}{-8\sqrt{f^2(1) + 1}}.$$

Suy ra $x = 1$ không là tiệm cận đứng. Vậy c) **Sai**.

d) Ta có $g(x) = \frac{(\sqrt{3x+1} - 2)f(x)}{(x^2 - 4x + m)\sqrt{f^2(x) + 1}} = \frac{(3x-3)f(x)}{(x^2 - 4x + m)(\sqrt{3x+1} + 2)\sqrt{f^2(x) + 1}}$

Đồ thị hàm số $g(x)$ luôn có 1 tiệm cận ngang $y = 0$

Đồ thị hàm số $g(x)$ có đúng hai tiệm cận khi và chỉ khi nó có đúng một tiệm cận đứng, tức là phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có nghiệm kép $x_0, x_0 \geq -\frac{1}{3}$ hoặc có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

trong đó $x_1 = 1, x_2 \neq 1, x_2 \geq -\frac{1}{3}$ hoặc có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 trong đó

$$x_3 < -\frac{1}{3}, x_4 \geq -\frac{1}{3}, x_4 \neq 1.$$

Xét bảng biến thiên của hàm số $h(x) = -x^2 + 4x$:

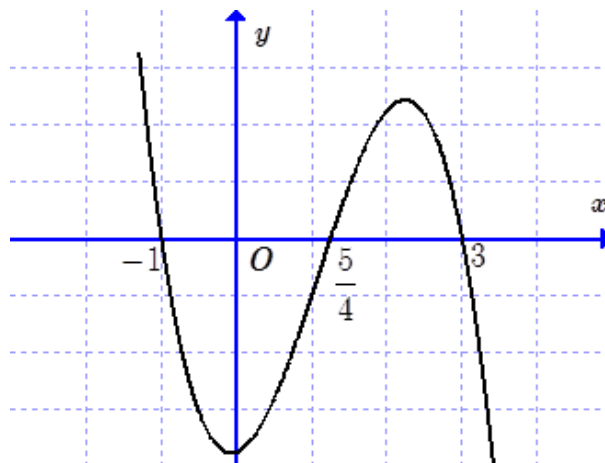
x	$-\frac{1}{3}$	1	2	$+\infty$
$-x^2 + 4x$	$-\frac{13}{9}$	3	4	$-\infty$

Ta có $x^2 - 4x + m = 0 \Leftrightarrow m = -x^2 + 4x$ (1).

Từ bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} m = 4 \\ m = 3 \\ m < -\frac{13}{9} \end{cases}$. Do m là số nguyên dương nên $m \in \{3; 4\}$. Vậy d) **Đúng**

Câu 30: Cho hàm số $g(x) = \frac{2025}{h(x) - m^2 - m}$ với $h(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx (m, n, p, q \in \mathbb{R}), h(0) = 0$.

Hàm số $y = h'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g(x)$.
b	Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = mx^4 \cdot g(x)$.
c	Khi $m = -1$ đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.
d	Có 11 giá trị nguyên âm của m để đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng 2 đường tiệm cận đứng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Từ đồ thị suy ra $h'(x) = m(x+1)(4x-5)(x-3) = m(4x^3 - 13x^2 - 2x + 15)$ và $m < 0$.

Ta được $h(x) = m\left(x^4 - \frac{13}{3}x^3 - x^2 + 15x\right)$.

Suy ra $g(x) = \frac{2025}{h(x) - m^2 - m} = \frac{2025}{m\left(x^4 - \frac{13}{3}x^3 - x^2 + 15x - m - 1\right)}$

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g(x)$.

Vậy a) **Đúng**.

b) $y = mx^4 \cdot g(x) = \frac{2025mx^4}{m\left(x^4 - \frac{13}{3}x^3 - x^2 + 15x - m - 1\right)}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} mx^4 \cdot g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2025mx^4}{m\left(x^4 - \frac{13}{3}x^3 - x^2 + 15x - m - 1\right)} = 2025 \Rightarrow y = 2025 \text{ là tiệm cận ngang của}$$

đồ thị hàm số. Vậy b) Sai.

c) Xét phương trình $h(x) - m^2 - m = 0 \Leftrightarrow x^4 - \frac{13}{3}x^3 - x^2 + 15x = m + 1$

Khi $m = -1$ phương trình có 3 nghiệm $x = 0; x = 3; x = -\frac{5}{3}$; nên đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.

d) Đồ thị $g(x)$ có 2 đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $h(x) - m^2 - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow f(x) = x^4 - \frac{13}{3}x^3 - x^2 + 15x = m + 1 \text{ có 2 nghiệm phân biệt.}$$

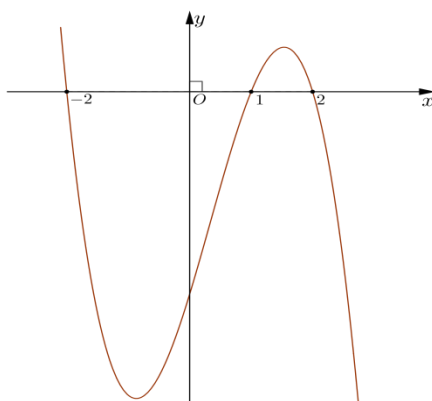
Ta có bảng biến thiên của $f(x)$.

x	$-\infty$	-1		$\frac{5}{4}$		3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			$\frac{8575}{768}$			$+\infty$
		$\frac{-32}{3}$				0	

Do đó $m + 1 \in \left(\frac{-32}{3}; 0\right) \Leftrightarrow m \in \left(\frac{-35}{3}; -1\right)$. m nguyên nên

$$m \in \{-11; -10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2\}, \text{ có 10 giá trị. Vậy d) SAI.}$$

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc 4, thỏa mãn $f(1) = 0$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên.



Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g(x)$.
---	--

b	Đồ thị hàm số $h(x) = \frac{2024x[f^2(x) + f(x) + 1]}{f^2(x) + f(x)}$ không có tiệm cận ngang.
c	Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2024x(f(x) + 1)}{f^2(x) + f(x)}$ có 6 tiệm cận đứng và ngang.
d	Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2024x}{f^2(x) + f(x)}$ có 5 tiệm cận đứng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = g(x)$.

Vậy a) Đúng.

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = h(x)$ không có tiệm cận ngang.

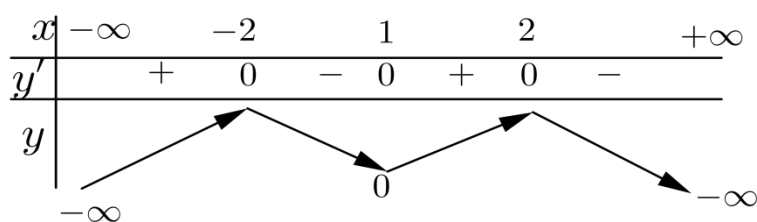
Vậy c) Đúng.

Xét phương trình $f^2(x) + f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = -1 \end{cases}$

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}, f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$$

Ta lập được bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau



Từ bảng biến thiên ta có:

Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khác 0

Phương trình $f(x) = -1$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

c) Hàm số $g(x) = \frac{2024x(f(x) + 1)}{f^2(x) + f(x)} = \frac{2024x(f(x) + 1)}{f(x)(f(x) + 1)}$ nên đồ thị hàm số có 3 tiệm cận đứng

và $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của hàm số.

Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2024x(f(x) + 1)}{f^2(x) + f(x)}$ có 4 tiệm cận đứng và ngang. Vậy c) Sai.

d) Phương trình $f^2(x) + f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = -1 \end{cases}$ có 5 nghiệm phân biệt khác 0, nên đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2024x}{f^2(x) + f(x)}$ có 5 tiệm cận đứng. Vậy d) Đúng.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 3}$ có đồ thị (C). (C). Các khẳng định sau đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 3 đường tiệm cận.		
b)	Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có hệ số góc bằng 1.		
c)	Giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của (C) là $I(3;4)$.		
d)	Gọi A; B lần lượt là giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên với trục hoành. Khi đó, diện tích tam giác IAB bằng 4.		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Ta có $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 3} = x + 1 + \frac{5}{x - 3}$

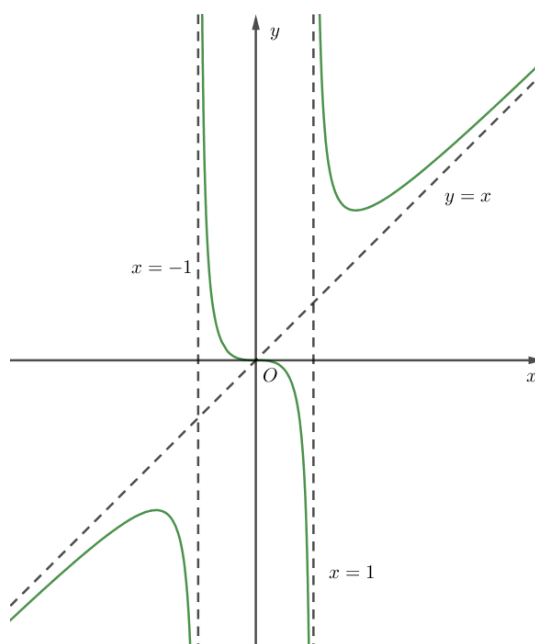
Suy ra (C) có một tiệm cận đứng $x = 3$ và một tiệm cận xiên $y = x + 1$.

b) Tiệm cận xiên $y = x + 1$ có hệ số góc bằng 1.

c) Giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của (C) là $I(3;4)$.

d) Có $A(3;0)$, $B(-1;0)$. Suy ra diện tích IAB bằng $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ có đồ thị (C) như hình dưới.



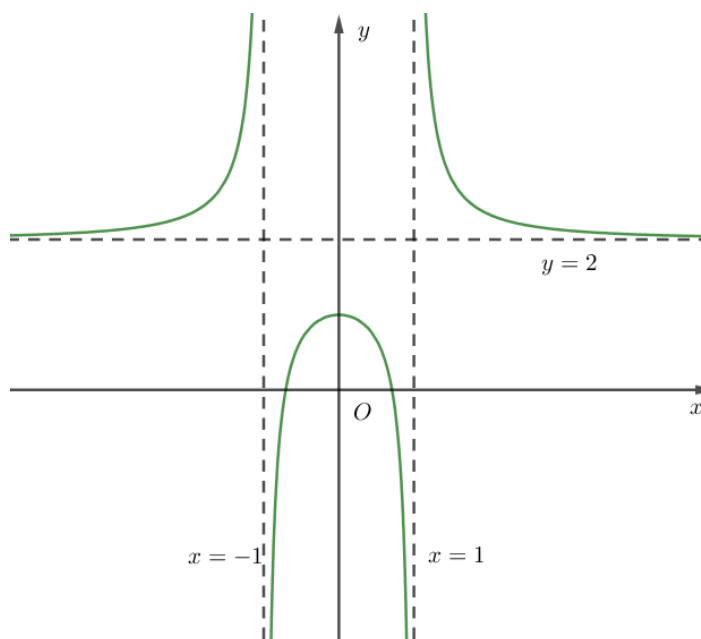
Các khẳng định sau đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.		
b)	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$.		
c)	Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có hệ số góc bằng 1.		
d)	Gọi A là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (C) . Khi đó khoảng cách từ A đến tiệm cận xiên bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$.		

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 1}$ có đồ thị (C) như hình dưới.



Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng, mệnh đề nào sai

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a)	$x = -1; x = 1$ là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
b)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$.		
c)	Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.		
d)	Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung. Khi đó khoảng cách từ A đến tiệm cận ngang bằng 2.		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$	-3

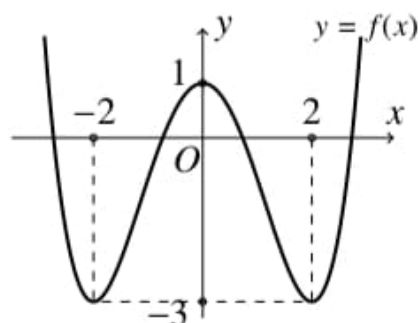
Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

STT	Phát biểu	Đúng	Sai
a)	Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 1$.		
b)	Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 3.		
c)	$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$.		
d)	Tổng khoảng cách từ điểm cực trị của đồ thị hàm số đến ba đường tiệm cận bằng 3		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Câu 36: Cho hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ, xét tính đúng sai của các khẳng định sau



a.	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.
b.	Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-2}$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng.
c.	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{f(x)}-1}$ bằng 3.
d.	Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2-4)(x^2+2x)}{f(x)^2 + 2f(x)-3}$ bằng 4.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ nên ĐTHS không có tiệm cận đứng.

b.

Từ ĐTHS ta có:

+) Phương trình $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$ có 2 nghiệm phân biệt. Nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng

+) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{f(x) - 2} = 0$ nên ĐTHS có 1 đường tiệm cận ngang là $y = 0$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - 2}$ có 3 tiệm cận.

c.

Từ ĐTHS ta có:

+) Phương trình $e^{f(x)} - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt. Nên đồ thị hàm số có 4 tiệm cận đứng

+) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{e^{f(x)} - 1} = 0$ nên ĐTHS có 1 đường tiệm cận ngang là $y = 0$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{f(x)} - 1}$ có 5 tiệm cận.

$$\text{d. } y = \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 2x)}{f(x)^2 + 2f(x) - 3} = \frac{x(x+2)^2(x-2)}{f(x)^2 + 2f(x) - 3}$$

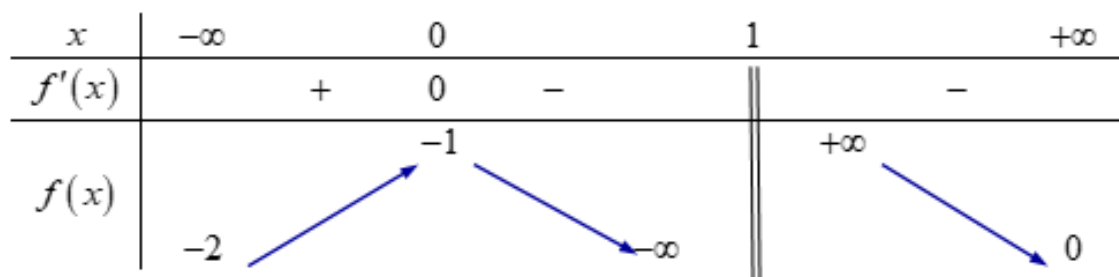
$$\text{Ta có: } f(x)^2 + 2f(x) - 3 = 0 \quad \hat{=} \quad \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -3 \end{cases} \quad \hat{=} \quad \begin{cases} x = m (m < -2) \\ x = 0 \\ x = n (n > 2) \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị ta thấy các nghiệm $x = 0$; $x = \pm 2$ là các nghiệm kép (nghiệm bội 2) và đa thức

$$f(x)^2 + 2f(x) - 3 \text{ có bậc là 8 nên } y = \frac{x(x+2)^2(x-2)}{a^2x^2(x+2)^2(x-2)^2(x-m)(x-n)}$$

Vậy hàm số có các tiệm cận đứng là $x = 0$; $x = 2$; $x = m$; $x = n$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:



a.	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng.
b.	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng.
c.	Có 1 giá trị nguyên của tham số m để ĐTHS $y = \frac{1}{f(x) - m}$ có 2 đường tiệm cận đứng.
d.	Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) + m^2 + 1}$ luôn có tiệm cận ngang với mọi giá trị của m

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a. Từ BBT ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là đường $x = 1$

b.

Từ BBT ta có:

+) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là đường $x = 1$

+) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ nên ĐTHS có 2 đường tiệm cận ngang là $y = -2$; $y = 0$

Vậy ĐTHS có tổng 3 đường tiệm cận đứng và ngang.

c. Để ĐTHS $y = \frac{1}{f(x) - m}$ có 2 tiệm cận đứng $\Rightarrow f(x) - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

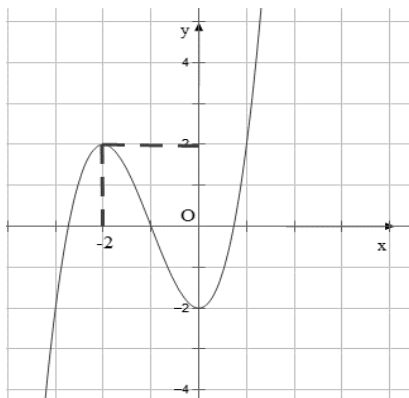
$\Leftrightarrow f(x) = m$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2 < m < -1$. Vậy không có giá trị nguyên nào của tham số m thỏa mãn ycbt.

d.

+) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2f(x) + m^2 + 1} = \frac{1}{m^2 + 1}$

$\Rightarrow y = \frac{1}{1 + m^2}$ là đường tiệm cận ngang với $\forall m \in \mathbb{R}$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



a.	Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị $y = f(x)$
b.	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{f(x)-1} = 0$
c.	Đồ thị $y = \frac{2019}{f(x)-1}$ có tiệm cận ngang là $y = 0$.
d.	Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2019}{f(x)-1}$ là 3.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a)S

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$ nên hàm số không có tiệm cận ngang.

b)Đ

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{f(x)-1} = 0$ vì khi $x \rightarrow \pm\infty$ thì $f(x) \rightarrow \pm\infty$

c)Đ

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2019}{f(x)-1} = 0$ nên đồ thị $y = \frac{2019}{f(x)-1}$ có tiệm cận ngang là $y = 0$.

d) Đ

Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ suy ra tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = \mathbb{R}$

Do đó số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2019}{f(x)-1}$ chính là số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$.

Qua đồ thị ta có: Đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{2019}{f(x)-1}$ có 3 đường tiệm cận đứng.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$		3	
		2		$-\infty$		$-\infty$

a.	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
b.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2] = 0$.
c.	Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 5}$ 5 đường tiệm cận đứng
d.	Đồ thị hàm số $\frac{1}{f(x) - m}$ luôn có tiệm cận ngang với mọi giá trị của m

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đ

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.

b) S

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2] = -\infty$$

c) S

Ta có: $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}(1)$. Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt

$x_1, x_2, x_3, x_4 \neq 1$ và giới hạn của hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 5}$ tại các điểm x_1, x_2, x_3, x_4 đều bằng $\pm\infty$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{2f(x) - 5} = 0$ nên $x = 1$ không phải tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 5}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

d) Đ

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) - m} = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x) - m} = 0 \text{ với mọi giá trị của } m$$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	2	$-\infty$

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-4}$ bằng 2.
b	Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-4}$ bằng 3.
c	Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-4}$ bằng 6.
d	Khi $m > 2$ thì đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)[f(x)-m]}$ có đúng ba đường tiệm cận.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	---------------	---------------	----------------

a) b) c) Xét phương trình $2f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=a(a < 0) \\ x=1 \end{cases}$.

Khi đó $x=a$; $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị $y = \frac{1}{2f(x)-4}$.

Hơn nữa $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2f(x)-4} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2f(x)-4} = 0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị

$$y = \frac{1}{2f(x)-4}.$$

d.

Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)[f(x)-m]}$ là: $\begin{cases} x > 0 \\ f(x) \neq m \end{cases}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)[f(x)-m]}$ luôn có tiệm cận ngang $y=0$.

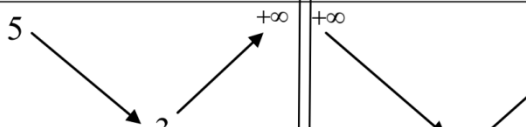
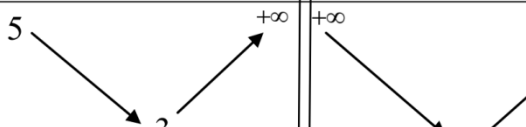
Để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)[f(x)-m]}$ có đúng ba đường tiệm cận thì đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x^3+2x^2+2x}}{(x^2+1)[f(x)-m]}$$
 có đúng hai tiệm cận đứng.

Suy ra phương trình $f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt trên $(0; +\infty)$.

Từ bảng biến thiên suy ra $m < 2$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0			1	2			$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+		-	0	+	
$f(x)$	5				$+\infty$				$+\infty$
					3				

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a	Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - m}$ có ba tiệm cận đứng khi $m = -5$.
b	Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - m}$ có tổng hai đường tiệm cận ngang và đứng là 4 khi $m = 4$
c	Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - m}$ bằng 3.
d	Số giá trị $m \in \mathbb{Q}$, $m \in [-10; 10]$ để đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{f(x)}{f(x) - m + 1}$ có 4 đường tiệm cận là 5.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Từ bảng biến thiên ta thấy khi $m = -5$ thì $f(x) = -5$ vô nghiệm nên không có tiệm cận đứng.

b) Từ bảng biến thiên ta thấy khi $m = 4$ thì $f(x) = 4$ có 3 nghiệm phân biệt nên có 3 tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y = 0$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - m}$ có tổng hai đường tiệm cận ngang và đứng là 4 khi $m = 4$.

c) Đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y = 0$.

d) + Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{f(x) - m + 1} = \frac{5}{6 - m}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f(x) - m + 1} = \frac{2}{3 - m}$

- Xét với $m = 6$ thì đồ thị hàm số $y = g(x)$ nhận đường thẳng có phương trình $y = -\frac{2}{3}$ là TCN

Khi đó phương trình: $f(x) = m - 1 = 5$ có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ ĐTHS có 2 TCD $\Rightarrow$ ĐTHS có 3 đường tiệm cận $\Rightarrow m = 6$ (không thỏa mãn).

- Xét $m = 3 \Rightarrow$ ĐTHS $y = g(x)$ nhận đường thẳng có phương trình $y = \frac{5}{3}$ là TCN

Khi đó phương trình: $f(x) = m - 1 = 2$ có 1 nghiệm $\Rightarrow$ ĐTHS có 1 TCD $\Rightarrow$ ĐTHS có 2 đường tiệm cận $\Rightarrow m = 3$ (không thỏa mãn).

- Với $m \neq 3$ và $m \neq 6$ thì đồ thị hàm số $y = g(x)$ nhận 2 đường thẳng có phương trình

$$y = \frac{5}{6-m}; y = \frac{2}{3-m} \text{ là TCN}$$

Xét phương trình: $f(x) - m + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = m - 1$ (*)

Để ĐTHS $y = g(x)$ có 4 đường tiệm cận thì (*) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow m \in (2; 3) \cup \{4\} \cup [6; +\infty)$$

Do ĐK nên $m \in (2; 3) \cup \{4\} \cup (6; +\infty)$

Vậy $m \in (2; 3) \cup \{4\} \cup (6; +\infty)$ do $m \in \mathbb{Q}$, $m \in [-10; 10]$ nên $m \in \{4; 7; 8; 9; 10\}$

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng.

c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận xiên $y = x - 1$.

d) Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là điểm $I(-1; 0)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

TXĐ: $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

a) Đúng.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty.$$

b) Đúng.

Vì $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng $x = -1$

c) Sai.

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = x + 1 + \frac{1}{x + 1}$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x + 1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x + 1} = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 1$.

d) Đúng.

Giao điểm của hai đường tiệm cận $x = -1$; $y = x + 1$ là điểm $I(-1; 0)$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x - 3}$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbf{R} \setminus \{-1; 3\}$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận ngang.

c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận đứng.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ đến giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số bằng $2\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

$$\text{Hàm số } y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x - 3} \text{ xác định} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

Tập xác định $D = \mathbf{R} \setminus \{-1; 3\}$.

b) Đúng.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

c) Sai.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \frac{1}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \frac{1}{2}$ nên $x = -1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty$ nên $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x - 3}$ có 1 đường tiệm cận đứng.

d) Sai.

Giao điểm của hai đường tiệm cận $x = 3$; $y = 1$ là điểm $I(3;1)$.

$$\overline{OI}(3;1) \Rightarrow OI = \sqrt{10}$$

Câu 44: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x + 3}$ có đồ thị (C) . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x = -3$.

b) Đồ thị (C) có đường tiệm cận ngang $y = 1$

c) Đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên $y = x - 3$.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) bằng 3.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

Ta có: $y = \frac{x^2 - 1}{x + 3} = x - 3 + \frac{8}{x + 3}$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} y = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x^2 - 1}{x + 3} = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -3^+} y = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2 - 1}{x + 3} = +\infty \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x - 3)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[\frac{x^2 - 1}{x + 3} - (x - 3) \right] = 0 \quad (2)$$

a) Đúng: Từ (1) ta có TCD: $x = -3$.

b) Sai: vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 1}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(x - 3 + \frac{8}{x + 3} \right) = \pm\infty$ nên đồ thị không có TCN.

c) Đúng: Từ (2) ta có TCX: $y = x - 3$.

d) Sai: TCX: $y = x - 3 \Leftrightarrow x + y - 3 = 0 \ (\Delta)$, $d(O, \Delta) = \frac{|-3|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \neq 3$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	1	$+\infty$	1

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x = 1$.
- b) Đồ thị (C) không có đường tiệm cận ngang.
- c) Đồ thị $(C_1): y = \frac{1}{f(x)}$ có không đường tiệm cận ngang.
- d) Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{f^2(x)} - 2}$ là 2.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Từ BBT ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \quad (1)$$

e) Đúng: Từ (1) ta có TCD: $x = 1$.

f) Đúng: Từ (1) ta có đồ thị không có TCN.

g) Sai: Từ (1) ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$ nên đồ thị có TCN: $y = 0$.

h) Đúng:

$$\text{Xét } e^{f^2(x)} - 2 = 0 \Leftrightarrow f^2(x) = \ln 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt{\ln 2} \\ f(x) = -\sqrt{\ln 2} \end{cases}.$$

Dựa vào bbt ta thấy:

Đường thẳng $y = \sqrt{\ln 2}$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại 1 điểm.

Đường thẳng $y = -\sqrt{\ln 2}$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại 1 điểm.

Nên phương trình $e^{f^2(x)} - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{f^2(x)} - 2}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x - 1}$ có đồ thị (C) và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-1	$+\infty$	7	$+\infty$	

a) Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

b) Đồ thị (C) có 1 đường tiệm cận ngang.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+5}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

d) Gọi M là điểm thuộc (C) khi đó tổng khoảng cách từ M tới hai đường tiệm cận của (C) nhỏ nhất bằng $\sqrt{2\sqrt{2}}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) Sai. (C) có một đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) Sai. Theo bảng biến thiên thì $a \neq 0$ nên (C) có một tiệm cận đứng và một tiệm cận xiên.

c) Đúng. Dựa vào BBT, phương trình $2f(x)+5=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{5}{2}$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc các khoảng $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+5}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

d) Sai. Ta có $f'(x) = \frac{ax^2 - 2ax - b - c}{(x-1)^2}$

$$\text{Theo bảng biến thiên ta có } \begin{cases} f(-1) = -1 \\ f(3) = 7 \\ f'(-1) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a-b+c}{-2} = -1 \\ \frac{9a+3b+c}{2} = 7 \\ a+2a-b-c = 0 \\ 9a-6a-b-c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b+c = 2 \\ 9a+3b+c = 14 \\ 3a-b-c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x-1} = x + 2 + \frac{4}{x-1}.$$

$$\text{Do } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - x - 2) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4}{x-1} = 0 \text{ nên } (C) \text{ có tiệm cận xiên } y = x + 2.$$

$$\text{Do } M \in (C) \text{ nên } M \left(x_0; x_0 + 2 + \frac{4}{x_0 - 1} \right), x_0 \neq 1.$$

Tổng khoảng cách từ M tới hai đường tiệm cận là

$$d = \frac{\left| x_0 - \left(x_0 + 2 + \frac{4}{x_0 - 1} \right) + 2 \right|}{\sqrt{1+1}} + |x_0 - 1| = \frac{2\sqrt{2}}{|x_0 - 1|} + |x_0 - 1| \geq 2\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{|x_0 - 1|} |x_0 - 1|} = 2\sqrt{2\sqrt{2}}.$$

$$d \text{ nhỏ nhất khi } \frac{2\sqrt{2}}{|x_0 - 1|} = |x_0 - 1| \Leftrightarrow x_0 = 1 \pm \sqrt{2\sqrt{2}}.$$

Câu 47: Cho hàm số $y = -x + m + \frac{m^2 + 1}{x - 2}$ có đồ thị (C) .

a) Đồ thị (C) có một đường tiệm cận đứng là $x = 2$.

b) Đồ thị (C) có một đường tiệm cận xiên là $y = -x + m$.

c) Với $m = 1$ thì tâm đối xứng của đồ thị (C) là điểm $I(2; 4)$.

d) Với $m \in [-2; 2]$ thì đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 8.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng. Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(-x + m + \frac{m^2 + 1}{x - 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(-x + m)(x - 2) + m^2 + 1}{x - 2} = +\infty.$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(-x + m + \frac{m^2 + 1}{x - 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(-x + m)(x - 2) + m^2 + 1}{x - 2} = -\infty.$$

Vậy đồ thị (C) có một đường tiệm cận đứng là $x = 2$.

b) Đúng. Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (-x + m)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[-x + m + \frac{m^2 + 1}{x - 2} - (-x + m) \right] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{m^2 + 1}{x - 2} = 0$

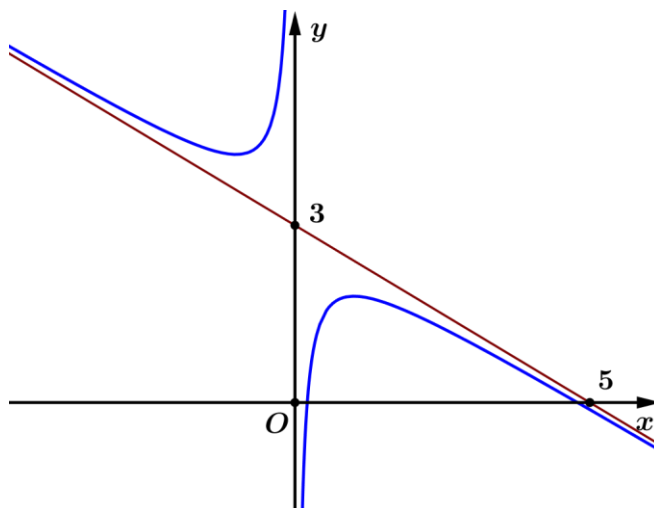
Vậy đồ thị (C) có một đường tiệm cận xiên là $y = -x + m$.

c) Sai. Tâm đối xứng I của đồ thị (C) là giao điểm của đường tiệm cận đứng $x = 2$ và đường tiệm cận xiên $y = -x + m$ suy ra $I(2; -2 + m)$. Khi $m = 2$ thì $I(2; 0)$.

d) Sai. Đồ thị (C) có một đường tiệm cận xiên là $y = -x + m$. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường tiệm cận xiên với hai trục toạ độ, khi đó $A(0; m)$ và $B(m; 0)$.

Diện tích tam giác OAB là $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} |m| |m| = \frac{1}{2} m^2 = 8 \Leftrightarrow m^2 = 16 \Leftrightarrow m = \pm 4.$

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



- a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.
- b) Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.
- c) Đồ thị hàm số có đường tiệm xiên là đường thẳng $y = -5x + 3$.
- d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - x + 1}$ có 1 đường tiệm cận đứng.

Lời giải

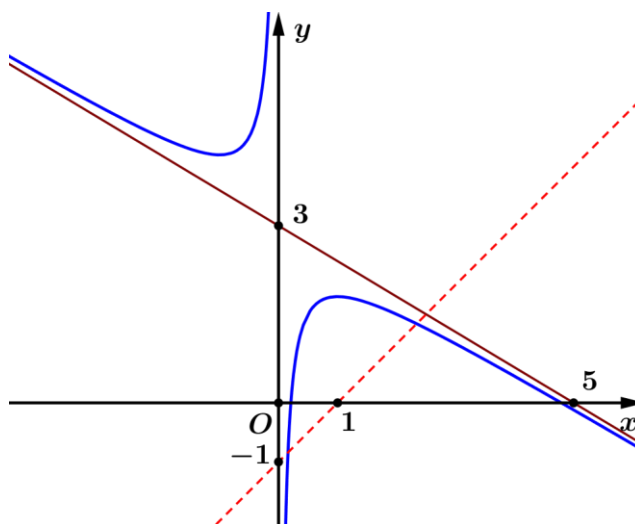
a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng:

b) Sai: Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận đứng, một đường tiệm cận xiên.

c) Sai: Đồ thị hàm số có đường tiệm xiên là đường thẳng $y = -\frac{3}{5}x + 3$.

d) Sai: Ta có $f(x) - x + 1 = 0 \Rightarrow f(x) = x - 1$



Dựa vào đồ thị hàm số thì $f(x) = x - 1$ có 2 nghiệm phân biệt

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - x + 1}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 2}$ có đồ thị (C) .

- a) (C) có đường tiệm cận đứng $x = -2$
- b) (C) có đường tiệm cận xiên $y = x + 2$.
- c) Khoảng cách từ $A(2;1)$ đến tiệm cận xiên của (C) bằng $\sqrt{2}$
- d) Tích các khoảng cách từ một điểm tùy ý thuộc (C) đến hai tiệm cận của (C) bằng $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

a) Đúng:

b) Sai: Ta có $y = x + 1 - \frac{3}{x + 2}$.

Do đó đường tiệm cận xiên $y = x + 1$.

c) Đúng: Đường tiệm cận xiên $y = x + 1$ hay $x - y + 1 = 0 (\Delta_1)$

$$d(A, \Delta_1) = \frac{|2 - 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$$

d) Đúng: Đường tiệm cận đứng $x = -2$ hay $x + 2 = 0 (\Delta_2)$ $d(A, \Delta_2) = \frac{|2 - 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$.

Gọi $M \left(x_0; y_0 = x_0 + 1 - \frac{3}{x_0 + 2} \right) \in (C)$

$$d_1 = d(M; \Delta_2) = |x_0 + 2|$$

$$d_2 = d(M; \Delta_1) = \frac{|x_0 - y_0 + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{\left| x_0 - \left(x_0 + 1 - \frac{3}{x_0 + 2} \right) + 1 \right|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}|x_0 + 2|}$$

$$d_1, d_2 = |x_0 + 2| \cdot \frac{3}{\sqrt{2}|x_0 + 2|} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 50: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$ có đồ thị (C) .

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \dots$
- b) Đồ thị (C) của hàm số chỉ có một tiệm cận ngang.
- c) Đồ thị (C) của hàm số có hai tiệm cận đứng $x = 1; x = 2$.
- d) Tổng khoảng cách từ $B(2; -1)$ đến các đường tiệm cận là số thực lớn hơn 8.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Sai: Tập xác định $D = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (-1; 1) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$.

b) Đúng: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow$ đồ thị có một tiệm cận ngang $d_5 : y = 1$.

c) Sai: $\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{2})^-} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (1)^-} y = +\infty$.

$\Rightarrow$ Các đường tiệm cận đứng của đồ thị là $d_1 : x = \sqrt{2}; d_2 : x = -\sqrt{2}; d_3 : x = 1; d_4 : x = -1$.

d) Đúng: $d(B, d_1) + d(B, d_2) + d(B, d_3) + d(B, d_4) + d(B, d_5) =$

$$= (2 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) + (2 - 1) + (2 + 1) + (1 + 1) = 10$$